2023

ECONOMICS

Paper : ECO–HC–2026

(Mathematical Methods in Economics—II)

(Honours Core)

Full Marks : 80

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

Answer either *in English* or *in Assamese*

1. Answer the following as directed : 1×10=10

তলত দিয়াসমূহৰ নিৰ্দেশ অনুযায়ী উত্তৰ দিয়া :

(a) Write a triangular matrix.

এটা ত্ৰিভুজীয় মৌলকক্ষ লিখা।

(b) State the condition under which the production function $Q = AK^{\alpha}L^{\beta}$ is a linearly homogeneous production function.

$Q = AK^{\alpha}L^{\beta}$ উৎপাদন ফলনটো সৰলৰৈখিক মাত্ৰাৰ সদৃশ উৎপাদন ফলন হোৱাৰ চৰ্তটো লিখা।

(c) The function f is called homothetic if $f(x) = f(y) \Rightarrow f(tx) \neq f(ty)$, $t > 0$.

(Write True or False)

f ফলনটো সমৰূপ হয় যদি $f(x) = f(y) \Rightarrow f(tx) \neq f(ty)$, $t > 0$.

(সত্য নে অসত্য লিখা)

(d) Give an example of an implicit function.
এটা অন্তৰ্নিহিত ফলনৰ উদাহৰণ দিয়া।

(e) Write an identity matrix of order n.
n-মাত্ৰাৰ এটা অভেদ মৌলকক্ষ লিখা।

(f) Economists call Lagrange multiplier λ a _____.

(saddle point/shadow price)

(Fill in the blank)

লাগ্ৰাঞ্জ গুণক λক অৰ্থনীতিবিদসকলে _____ বুলি কয়।

(পৰ্য্যাণ বিন্দু/আনুমানিক দৰ)

(খালী ঠাই পূৰণ কৰা)

(g) What is the norm of the following matrix?

তলত দিয়া মৌলকক্ষটোৰ প্ৰতিমান কি হ'ব?

$$\begin{bmatrix} 1 & -7 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$$

(i) -2

(ii) -1

(iii) 10

(iv) -10

(Choose the correct answer)

(শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা)

(h) State mathematically the necessary condition for equilibrium of a price discriminating monopoly market.

দৰ বিভেদীকৃত একচেটীয়া বজাৰৰ ভাৰসাম্য নিৰ্ধাৰণৰ বাবে প্ৰয়োজনীয় গাণিতিক চৰ্তটো লিখা।

(i) If we interchange any two rows or two columns of a determinant, then its value remains unchanged.

(Write True or False)

যদি এটা নিৰ্ধাৰকৰ দুটা শাৰী বা দুটা স্তম্ভ সালসলনি কৰা হয়, তেন্তে ইয়াৰ মান একে থাকে যদিও চিহ্ন সলনি হয়।

(সত্য নে অসত্য লিখা)

(j) What is the trace of a skew-symmetric matrix?

তির্যক-সমমিত মৌলকক্ষৰ অনুৰেখ কি হ'ব?

2. Answer the following questions : $2\times5=10$

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Distinguish between a scalar and a vector.

অদিশ ৰাশি আৰু সদিশ ৰাশিৰ মাজত পাৰ্থক্য লিখা।

(b) Differentiate $x^4 + y^2 = 25$ implicitly.

অন্তৰ্নিহিত ফলন $x^4 + y^2 = 25$ৰ অৱকল নিৰ্ণয় কৰা।

(c) For what value of β, $A = \begin{bmatrix} \beta & \beta^2 - 1 \\ 2 & \beta + 1 \end{bmatrix}$ is a symmetric matrix?

βৰ কি মানৰ বাবে $A = \begin{bmatrix} \beta & \beta^2 - 1 \\ 2 & \beta + 1 \end{bmatrix}$ এটা সমমিত মৌলকক্ষ হ'ব?

(d) What will be the solution of the following difference equation by iterative method?

তলত দিয়া ভেদ সমীকৰণটোৰ পৌনঃপুনিক পদ্ধতিত সমাধান কি হ'ব?

$$y_{t+1} - 0 \cdot 3y_t = 0$$

(e) What value must x have so that the following matrix A does not have an inverse?

তলত দিয়া A মৌলকক্ষটোৰ প্ৰতিলোম নথকাৰ বাবে xৰ মান কি হ'ব লাগিব?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2+x \\ x & -1 \end{bmatrix}$$

3. Answer the following questions (any *four*) : 5×4=20

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া (যি কোনো চাৰিটা) :

(a) Find the extreme value of the following function :

তলত দিয়া ফলনটোৰ চৰম মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$Z = e^{2x} - 2x + 2y^2 + 3$$

(b) Calculate the 3×3 matrix $A = (a_{ij})_{3\times3}$ with $a_{ij} = 2i - j$.

$A = (a_{ij})_{3\times3}$ মৌলকক্ষটো নিৰ্ণয় কৰা যদি $a_{ij} = 2i - j$ হয়।

(c) Show that the following function is a homogeneous function of degree $\frac{5}{2}$:

তলত দিয়া ফলনটো এটা $\frac{5}{2}$ মাত্ৰাৰ সদৃশ ফলন বুলি দেখুওৱা :

$$f(x, y) = \frac{x^3 - y^3}{x^{1/2} + y^{1/2}}$$

(d) Using the properties of determinant, show that

নিৰ্ধাৰকৰ ধৰ্ম প্ৰয়োগ কৰি দেখুওৱা যে

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$$

(e) For $F(y, x) = 0$, is the following implicit function defined around the point $(y = 3, x = 1)$?

$F(y, x) = 0$ৰ বাবে তলত দিয়া অন্তর্নিহিত ফলনটো $(y = 3, x = 1)$ বিন্দুত সম্ভৱনে?

$$x^3 - 2x^2y - 3xy^2 - 22 = 0$$

(f) Show that the following function is continuous but not differentiable at $x = 2$:

তলত দিয়া ফলনটো $x = 2$ বিন্দুত অবিছিন্ন কিন্তু অৱকলনীয় নহয় বুলি দেখুওৱা :

$$f(x) = x - 1, \quad x < 2$$
$$= 2x - 3, \quad x \geq 2$$

4. Answer the following questions : 10×4=40

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) A monopolist produces his product in two different plants and his total cost functions are given by

$$TC_1 = 20 - 4Q_1 + \frac{1}{2}Q_1^2$$

$$TC_2 = 40 - 8Q_2 + Q_2^2$$

(Turn Over)

If the average revenue function is given by $AR = 40 - Q$ where $Q = Q_1 + Q_2$, then find profit maximizing outputs and maximum profit. 5+5=10

এজন একচেটীয়া বিক্ৰেতাই দুটা ভিন্ন প্ৰকল্পত উৎপাদন কৰা সামগ্ৰীৰ মুঠ ব্যয় ফলন হ'ল

$$TC_1 = 20 - 4Q_1 + \frac{1}{2}Q_1^2$$

$$TC_2 = 40 - 8Q_2 + Q_2^2$$

যদি গড় আয় ফলন $AR = 40 - Q$ য'ত $Q = Q_1 + Q_2$ হয়, তেন্তে সৰ্বোচ্চ লাভ অৰ্জনকাৰী উৎপাদনৰ পৰিমাণসমূহ আৰু সৰ্বোচ্চ লাভ নিৰ্ণয় কৰা।

Or / *অথবা*

Find the only possible solution to the problem

Maximize x^2y^3z subject to $x + y + z = 12$ 10

$x + y + z = 12$ প্ৰতিবন্ধক থকা x^2y^3z ফলনটোৰ সৰ্বোচ্চ মান নিৰ্ণয়ৰ একমাত্ৰ সমাধানটো নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Analyze the following market model for stability : 10

তলত দিয়া বজাৰ আৰ্হিটোৰ সুস্থিৰতা বিশ্লেষণ কৰা :

$$Q_D = 10 - 5P$$
$$Q_S = -10 + 20P$$
$$\frac{dp}{dt} = 3(Q_D = Q_S)$$

Or / *অথবা*

Solve the following simple market model by *(i)* Cramer's rule and *(ii)* matrix inversion method : 5+5=10

তলত দিয়া সৰল বজাৰ আৰ্হিটো *(i)* ক্ৰেমাৰৰ নিয়ম আৰু *(ii)* প্ৰতিলোমীয় মৌলকক্ষ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা :

$$Q_D = a - bP$$
$$Q_S = -c + dP$$
$$Q_D = Q_S$$

(c) If the cost function of a firm is $C = L + 2K$ and the production function is $Q = LK$, then find the value of L and K so that 50 units can be produced at minimum cost. 10

যদি এখন উৎপাদন প্ৰতিষ্ঠানৰ ব্যয় ফলন $C = L + 2K$ আৰু উৎপাদন ফলন $Q = LK$ হয়, তেন্তে 50 টা গোট সৰ্বনিম্ন ব্যয়ত উৎপাদনৰ বাবে L আৰু Kৰ মান কিমান হ'ব লাগিব, উলিওৱা।

Or / অথবা

A price discriminating firm of monopoly market has the following demand curves and cost functions. Find the—

(i) profit maximizing outputs;

(ii) profit maximizing prices;

(iii) maximum profit;

(iv) elasticities of demand of the two price discriminating markets.

4+2+2+2=10

দৰ বিভেদীকৃত এখন একচেটীয়া বজাৰৰ উৎপাদন প্ৰতিষ্ঠানৰ চাহিদা ৰেখা আৰু ব্যয় ফলন তলত দিয়া হৈছে। নিৰ্ণয় কৰা—

(i) সৰ্বোচ্চ লাভ অৰ্জনকাৰী উৎপাদনৰ পৰিমাণ

(ii) সৰ্বোচ্চ লাভ অৰ্জনকাৰী দৰ

(iii) সৰ্বোচ্চ লাভ

(iv) দুয়োখন দৰ বিভেদীকৃত বজাৰৰ চাহিদাৰ স্থিতিস্থাপকতা :

$$P_1 = 60 - 4Q_1$$
$$P_2 = 42 - 3Q_2$$
$$C = 50 + 12Q, \; Q = Q_1 + Q_2$$

(d) Given the demand and supply function for the Cobweb model as follows, find the intertemporal equilibrium price and determine whether the time path is convergent or divergent : 10

তলত দিয়া মকৰাজাল আৰ্হিৰ চাহিদা আৰু যোগান ফলনৰ পৰা আন্তঃসাময়িক ভাৰসাম্য দৰ নিৰ্ণয় কৰা আৰু সময় গতিপথটো অভিসাৰী নে অপসাৰী হ'ব, নিৰ্ণয় কৰা :

$$Q_{Dt} = 18 - 3P_t$$
$$Q_{St} = -3 + 4P_{t-1}$$

Or / অথবা

Solve the following two equations : 5+5=10

তলত দিয়া সমীকৰণ দুটা সমাধান কৰা :

(i) $\frac{dy}{dx} + 5y = 10,\ y(0) = 6$

(ii) $y_{t+1} + 3y_t = 2,\ y(0) = 5$

★★★